

Prueba libre para la obtención del Título de Bachiller 2022

MATEMÁTICAS II

Apellidos _____ Nombre _____

DNI _____ Fecha _____

Instrucciones y criterios generales de corrección:

Se **valorará positivamente** la buena **organización** del proceso de resolución de los ejercicios y problemas, así como los **comentarios** al mismo y el uso de un **vocabulario** y **notación adecuada**. Los teoremas empleados en la resolución de los ejercicios deberán nombrarse.

La prueba escrita debe realizarse con **bolígrafo** de tinta **azul** o **negra**. No se corregirá lo que esté escrito con lápiz u otro color.

Las **calculadoras** que se usen no podrán tener **ninguna** de las **siguientes prestaciones**: posibilidad de transmitir datos, ser programable, disponer de pantalla gráfica, permitir la resolución de ecuaciones, realizar operaciones con matrices, realizar cálculo de determinantes, realizar cálculos de derivadas e integrales y permitir el almacenamiento de datos alfanuméricos.

Si durante el desarrollo de la prueba el Tribunal detecta alguna calculadora con alguna de estas prestaciones, procederá a retirar la calculadora y dar por concluido el examen.

No está permitido el uso de **aparatos capaces** de **comunicarse de manera inalámbrica** durante la prueba. Su detección por parte del Tribunal dará por concluido el examen.

La resolución de los ejercicios y problemas deberá contener todas las operaciones y no valdrá con indicar sólo el resultado.

Si se diese este último caso, la nota del ejercicio será cero.

1. **(2 puntos)** Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Calcule la matriz X que verifica que:

$$AX - B^t = X$$

2. **(1 punto)** Demuestre, aplicando las propiedades de los determinantes, que:

$$\begin{vmatrix} a & a & a \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = a \cdot (b - a) \cdot (c - a) \cdot (c - b)$$

Nota: Deben escribirse las propiedades de los determinantes que se emplean.

3. **(1,5 puntos)** Determine la ecuación del plano π que contiene a las dos rectas r y s siguientes:

$$r: \begin{cases} x - 2y = -4 \\ 3x + 2z = 4 \end{cases} \quad s: x = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}$$

CONTINÚA AL DORSO

4. **(2 puntos)** Considere la función de variable real siguiente:

$$f(x) = x(\ln(x))^2$$

- a) **(0,5 puntos)** Determine el dominio de la función $f(x)$.
- b) **(1,5 puntos)** Determine los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de esa función.
5. **(2 puntos)** Calcule la integral:
- $$\int \frac{2 - e^x}{e^{2x} - 1} dx$$
- usando el cambio de variable $t = e^x$.
6. **(1,5 puntos)** Una enfermedad respiratoria afecta al 10% de la población. Un test de antígenos tiene las siguientes características: si se aplica a una persona con la enfermedad, da positivo en el 95% de los casos; si se aplica a una persona que no tiene la enfermedad, da positivo en el 6% de los casos. Si se elige una persona al azar, y se le aplica el test.
- a) **(0,75 puntos)** Dibuja un diagrama de árbol que represente el problema. ¿Cuál es la probabilidad de que dé positivo?
- b) **(0,75 puntos)** Si no da positivo, ¿cuál es la probabilidad de que la persona tenga la enfermedad?