

**Prueba libre para la obtención del Título de Bachiller 2023**

**Matemáticas II**

Apellidos \_\_\_\_\_ Nombre \_\_\_\_\_

DNI \_\_\_\_\_ Fecha \_\_\_\_\_

**Instrucciones y criterios generales de corrección:**

**Debe resolverse únicamente una de las dos opciones propuestas** (Opción A u Opción B).

**Debe marcarse en esta hoja la opción escogida.**

**No pueden mezclarse enunciados de ambas opciones.** Sólo se corregirá la opción marcada en esta hoja.

En caso de no indicar ninguna opción, se corregirá la opción A.

Se **valorará positivamente** la buena **organización** del proceso de resolución de los ejercicios y problemas, así como los **comentarios** al mismo y el uso de un **vocabulario** y **notación adecuada**. Los teoremas empleados en la resolución de los ejercicios deberán nombrarse.

La prueba escrita debe realizarse con **bolígrafo** de tinta **azul** o **negra**. No se corregirá lo que esté escrito con lápiz u otro color.

Las **calculadoras** que se usen no podrán tener **ninguna** de las **siguientes prestaciones**: posibilidad de transmitir datos, ser programable, disponer de pantalla gráfica, permitir la resolución de ecuaciones, realizar operaciones con matrices, realizar cálculo de determinantes, realizar cálculos de derivadas e integrales y permitir el almacenamiento de datos alfanuméricos.

Si durante el desarrollo de la prueba el Tribunal detecta alguna calculadora con alguna de estas prestaciones, procederá a retirar la calculadora y dar por concluido el examen.

**No está permitido** el uso de **aparatos capaces de comunicarse de manera inalámbrica** durante la prueba. Su detección por parte del Tribunal dará por concluido el examen.

La resolución de los ejercicios y problemas deberá contener todas las operaciones y no valdrá con indicar sólo el resultado.

Si se diese este último caso, la nota del ejercicio será cero.

Indique con una cruz (X) la opción escogida:

Opción A ☐ Opción B ☐

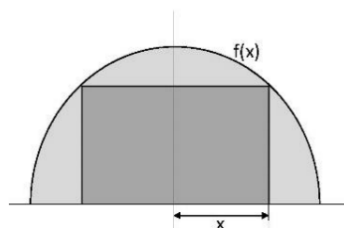
**Opción A**

1. Dadas la matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$  y la matriz identidad de orden 3  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , se pide:

a. **(1,25 puntos)** Obtenga los valores de  $m$  para los que la matriz  $A - m \cdot I_3$  admite inversa.

b. **(1,75 puntos)** Calcule la matriz inversa de  $A - 2I_3$ .

2. **(2 puntos)** La boca de un túnel de carretera tiene forma parabólica, la cual viene dada por la función  $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 9$ . Debido a las obras de construcción de dicha infraestructura, y para evitar el acceso al mismo, se desea colocar una puerta metálica en la entrada de área máxima, como muestra la figura adjunta.



Determine las dimensiones máximas de la puerta metálica, así como el coste de la misma, sabiendo que el precio del metro cuadrado de acero es de  $120 \text{ €/m}^2$ .

3. Dada la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{\text{sen } x^2}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

a. **(1 punto)** Estudiar la continuidad y la derivabilidad de la función  $f(x)$ .

b. **(1 punto)** Calcular:

$$\int_{\sqrt{\pi}}^{\sqrt{2\pi}} x^2 f(x) dx$$

4. **(1,5 puntos)** Determine la ecuación del plano que contiene a la recta  $r: \begin{cases} 3x + y = -1 \\ 4y + 3z = 5 \end{cases}$  y pasa por el punto  $A(1,3,-1)$ .

5. La velocidad de los vehículos en una autopista con límite de velocidad de  $120 \text{ km/h}$  sigue una distribución normal de media  $\mu \text{ km/h}$  y desviación típica  $\sigma = 10 \text{ km/h}$ . Se sabe que el 69,15% de los vehículos no sobrepasan la velocidad de  $130 \text{ km/h}$ .

a. **(0,75 puntos)** Calcule la media de esta distribución.

b. **(0,75 puntos)** La DGT establece una multa de 100 euros a los vehículos que viajan entre  $120$  y  $150 \text{ km/h}$  ¿Cuál es la probabilidad de ser sancionado con dicha multa?

**Opción B**

1. Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + (k+1)y + 2z = -1 \\ kx + y + z = k \\ (k-1)x - 2y - z = k+1 \end{cases}$$

- a. **(2,25 puntos)** Discútalos según los distintos valores del parámetro  $k$ .
- b. **(0,75 puntos)** Resuélvalo cuando tenga infinitas soluciones
2. Dada la función  $f(x) = -x + \frac{4}{x^2}$ , se pide:
- a. **(1 punto)** Asíntotas de la curva  $y = f(x)$ .
- b. **(1 punto)** Extremos relativos e intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- c. **(0,5 puntos)** Esboce la gráfica.
3. **(1,5 puntos)** Calcule:
- $$\int e^{2x} \cdot \operatorname{sen} e^x dx$$
4. **(1,5 puntos)** El volumen de un tetraedro es de 5 unidades cúbicas. Si tres de sus vértices se encuentran en los puntos  $A(2,1,-1)$ ,  $B(3,0,1)$  y  $C(2,-1,3)$ , halla las coordenadas del cuarto vértice  $D$  sabiendo que se encuentra en el eje  $Y$ . Escriba todas las soluciones posibles.
5. Una empresa fabrica móviles de tres marcas distintas A, N y M. El 20% de los móviles fabricados son de la marca A, y el 40% de la marca N. Se decide instalar un software oculto que permita espiar a los usuarios de estos móviles. El software espía se instala en el 15% de los móviles de la marca A, en un 10% de la marca N y en un 12% de los móviles de la marca M. Se pide:
- a. **(0,75 puntos)** Calcule la probabilidad de que una persona que compra uno de estos móviles tenga instalado el software espía.
- b. **(0,75 puntos)** Si el móvil de una persona tiene instalado el software espía, calcule la probabilidad de que sea de la marca A.

